Prof. Dr. Norbert Blum Informatik V

Algorithmische Spieltheorie und das Internet
SS 2004
2. Übung
04.05.2004

Aufgabe 1:

Wiederholen Sie das Kapitel der Analysis-Vorlesung über die Differentialrechnung von Funktionen mehrerer Veränderlicher.

Aufgabe 2:

Beweisen Sie folgende Aussagen:

a) Seien $K \subseteq \mathbb{R}^n$ konvex, $f : K \mapsto \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion, $I \subseteq \mathbb{R}$ konvex mit $f(K) \subseteq I$ und $g : I \mapsto \mathbb{R}$ eine monoton wachsende konvexe Funktion. Dann ist die Hintereinanderausführung $g \circ f : K \mapsto \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion.

b) Seien $K \subseteq \mathbb{R}^n$ konvex, $f : K \mapsto \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion und für $\alpha \in \mathbb{R}$ $Lev_\alpha f = \{x \in K \mid f(x) \leq \alpha\}$. Dann ist $Lev_\alpha f$ konvex für alle $\alpha \in \mathbb{R}$.

c) Für $f : K \mapsto \mathbb{R}$ ist der *Epigraph* $epi(f)$ definiert durch $epi(f) = \{(x, y) \mid x \in K, y \in \mathbb{R}, f(x) \leq y\}$. Falls $K \subseteq \mathbb{R}$ konvex ist, dann ist $f : K \mapsto \mathbb{R}$ genau dann konvex, wenn $epi(f)$ eine konvexe Menge ist.

Aufgabe 3:

Beweisen Sie die Sätze 1.10 und 1.11 der Vorlesung.

Aufgabe 4:

Schauen Sie sich noch einmal den Beweis von Satz 1.1 der Vorlesung an. Versuchen Sie Strategien für die Auswahl von Jobs und Servern zu entwickeln, so dass eine polynomielle Laufzeit garantiert werden kann. Wiederholen Sie das Ganze für den Spezialfall, dass alle Jobs die Länge 1 haben.
(Denken Sie maximal zwei Stunden über mögliche Strategien nach.)