Prof. Dr. Norbert Blum Informatik V

Einführung in die Informations- und Lerntheorie
SS 2006
2. Übung

12.04.2006

Aufgabe 1:

Sei eine gedächtnislose Informationsquelle durch das Quellalphabet $S = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ mit den Wahrscheinlichkeiten $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ gegeben. Beweisen Sie, dass die Entropie eines Blockes von q Symbolen $qH_n(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ beträgt.

Aufgabe 2:

Zeigen Sie, dass $H_m(B \mid A) = 0$, falls der Ausgang des Experimentes A eindeutig den Ausgang des Experimentes B festlegt.

Aufgabe 3:

Charakterisieren Sie die möglichen Werten von $v, r, t \in \mathbb{N}$, so dass $s \in \mathbb{N}$ mit $r^s \leq v^t \leq r^{s+1}$ existiert.

Aufgabe 4:

Eine faire Münze wird so oft geworfen, bis zum ersten Mal "Kopf" erscheint. Bezeichne X die Anzahl der benötigten Würfe.

a) Ermitteln Sie die Entropie $H(X)$ in Bits. Folgende Ausdrücke können nützlich sein:
$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n = \frac{r}{r-1} \text{ und } \sum_{n=1}^{\infty} nr^n = \frac{r}{(r-1)^2}.$$

b) Eine Zufallsvariable X wird gemäß obiger Verteilung gewählt. Finden Sie eine effiziente Folge von ja/nein-Fragen der Form "Ist X in der Menge S enthalten?". Vergleichen Sie $H(X)$ mit der erwarteten Anzahl von Fragen, die erforderlich sind, um X zu bestimmen.