INSTITUT FÜR INFORMATIK V
UNIVERSITÄT BONN

53117 BONN
Römerstraße 164

Prof. Dr. N. Blum
H.-H. Leinen
M. Löhnertz

22. Januar 2003

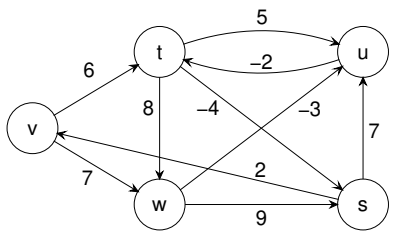
Übungen zur Informatik III im WS 02/03

Blatt 13

Abgabe: 28.01.2003

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden gewichteten Graphen:



a) Geben Sie die Änderungen von d und π an, die der Algorithmus Bellman-Ford, auf diesen Graphen angewendet, vornimmt. Der Quellknoten sei s.

b) Wir ändern nun das Gewicht einer Kante: $w(s,u) := 4$. Geben Sie die Änderungen von d und π an, die Bellman-Ford auf diesem Graphen mit Quellknoten v vornimmt.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

a) Geben Sie ein anderes Abbruchkriterium für Kruskal an.

b) Sei $G_i = (V_i, E_i, w_i)$ mit $i > 3, |V_i| = i$, $|E_i| = \frac{1}{2}\left[(i-2)^2 + i\right]$. Geben Sie ein Verfahren zur Konstruktion von Graphen G_i an, für die die modifizierte Version von Kruskal aus Teilaufgabe (a) immer alle Kanten betrachten muss.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

a) Konstruieren Sie eine unendliche Familie $G_3, G_4, \ldots$ von Graphen, so dass G_i 3^{i-1} verschiedene spannende Bäume hat.

b) Geben Sie einen Algorithmus an, der zu einem gegebenen Graphen mit Kantengewichten $c(e) > 1$ $\forall e \in E$ einen Spannbaum B bestimmt, so dass das Produkt der Gewichte der im Baum enthaltenen Kanten $\prod_{e \in B} c(e)$ unter allen spannenden Bäumen minimal ist.

c) Konstruieren Sie einen Graphen, dessen eindeutiger minimaler Spannbaum ein einfacher Pfad der Länge 5 ist.

d) Gegeben sei ein Graph mit einem eindeutigen minimalen Spannbaum. Sie können nun das Gewicht einer einzigen Kante verändern. Wie ändern Sie welche Kante, wenn Sie mit einer möglichst geringen Manipulation dafür sorgen, dass sich der minimale Spannbaum dieses Graphen ändert?

Aufgabe 4. (4 Punkte)

a) Beweisen Sie die Korrektheit des Algorithmus von Prim.

b) Geben Sie eine effiziente Implementierung von Prim an und analysieren Sie deren Laufzeit.

□