Prof. Dr. Norbert Blum Informatik V

Algorithmische Spieltheorie und das Internet
WS 2005/06
2. Übung

02.11.2005

Aufgabe 1:

Wiederholen Sie das Kapitel der Analysis-Vorlesung über die Differentialrechnung von Funktionen mehrerer Veränderlicher.

Aufgabe 2:

Den Beweis des Satzes 1.8 der Vorlesung sieht man ohne Schwierigkeiten ein, wenn die Abbildungen $d_e : \mathbb{N} \to \mathbb{Q}$ streng monoton wachsend sind. Arbeiten Sie den Beweis aus, so dass man diesen auch bei monoton wachsenden Abbildungen ohne Schwierigkeiten einsieht.

Aufgabe 3:

Beweisen Sie folgende Aussagen:

a) Seien $K \subseteq \mathbb{R}^n$ konvex, $f : K \to \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion, $I \subseteq \mathbb{R}$ konvex mit $f(K) \subseteq I$ und $g : I \to \mathbb{R}$ eine monoton wachsende konvexe Funktion. Dann ist die Hintereinanderausführung $g \circ f : K \to \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion.

b) Seien $K \subseteq \mathbb{R}^n$ konvex, $f : K \to \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion und für $\alpha \in \mathbb{R}$ $Lev_\alpha f = \{x \in K \mid f(x) \leq \alpha\}$. Dann ist $Lev_\alpha f$ konvex für alle $\alpha \in \mathbb{R}$.

c) Für $f : K \to \mathbb{R}$ ist der *Epigraph* $epi(f)$ definiert durch $epi(f) = \{(x, y) \mid x \in K, y \in \mathbb{R}, f(x) \leq y\}$. Falls $K \subseteq \mathbb{R}$ konvex ist, dann ist $f : K \to \mathbb{R}$ genau dann konvex, wenn $epi(f)$ eine konvexe Menge ist.

Aufgabe 4:

Beweisen Sie die Sätze 1.10 und 1.11 der Vorlesung.