INSTITUT FÜR INFORMATIK V
UNIVERSITÄT BONN

Römerstraße 164
53117 Bonn

Prof. Dr. Norbert Blum
Matthias Kretschmer

26. November 2007

Informatik III
Algorithmen und Berechnungskomplexität I
WS 2007/08
Übungen – Blatt 6

Abgabe: 03.12.2007 bis 11Uhr vor HS D

Aufgabe 1 (5 Punkte)**.** Zeigen Sie:

$$\sum_{d=2}^{n}(n-d)d = \Theta(n^3)$$

Hinweis: Verwenden Sie $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Aufgabe 2 (30 Punkte)**.** Beweisen Sie die Korrektheit von OptSB.

Aufgabe 3 (15 Punkte)**.** Entwickeln Sie eine $O(n \log n)$-Implementierung des Algorithmus Opt-Code.

Aufgabe 4 (50 Punkte)**.** Nehmen Sie an, Sie hätten n Münzen mit Werten $w_1, \ldots, w_n \in \mathbb{N}$. Sie sollen nun einen bestimmten Betrag b mit Hilfe dieser Münzen zusammensetzen, falls dies möglich ist. Das heißt, finden Sie eine Teilmenge $I \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$, so dass $b = \sum_{i \in I} w_i$.

1. Lösen Sie dieses Problem mittels Dynamischer Programmierung.
2. Ändern Sie Ihr Programm so ab, dass es zum Zusammensetzen von b die minimale Münzanzahl verwendet.
3. Nehmen Sie nun an, dass n verschiedene Münzwerte $M_1, M_2, \ldots, M_n \in \mathbb{N}$ gegeben sind. Für die Münzwerte gilt: $M_1 = 1$ und für alle $1 < i \leq n : M_i = 2M_{i-1}$. Von jeder Sorte Münzen stehen beliebig viele zur Verfügung. Geben Sie einen Greedy-Algorithmus an, der eine Auszahlung bestimmt. Gibt Ihr Greedy-Algorithmus den Betrag b mit minimaler Münzanzahl aus? Beweisen Sie Ihre Antwort.

   Gibt Ihr Algorithmus den Betrag b mit minimaler Münzanzahl aus, falls man die Bedingung für die Münzwerte auf $M_i \geq 2M_{i-1}$ für alle $1 < i \leq n$ abändert?

Geben Sie die Laufzeit Ihrer Algorithmen an.

□