INSTITUT FÜR INFORMATIK V
UNIVERSITÄT BONN

Römerstraße 164
53117 Bonn

Prof. Dr. Norbert Blum
Matthias Kretschmer

17. Dezember 2007

# Informatik III
# Algorithmen und Berechnungskomplexität I
# WS 2007/08
# Übungen – Blatt 9

**Abgabe: 07.01.2008 bis 11Uhr vor HS D**

**Aufgabe 1** (50 Punkte)**.**

1. Minimieren Sie den DEA von Aufgabenblatt 8 Aufgabe 1.
2. Sei $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ eine DEA. Entwickeln Sie einen Algorithmus, der alle unerreichbaren Zustände aus $Q$ in Zeit $O(|\Sigma| \cdot |Q|)$ streicht.
3. Beweisen Sie die Korrektheit des Algorithmus $DEA \rightsquigarrow DEA_{\min}$.
4. Zeigen Sie, dass die Datenstruktur $D_2$ in $O(kn)$ Zeit aufgebaut werden kann.

**Aufgabe 2** (10 Punkte)**.** Sei $L$ eine reguläre Sprache. Zeigen Sie, dass die Sprache

$$(L)\frac{1}{2} = \{y \in \Sigma^* \mid \exists x \in \Sigma^* : xy \in L \wedge |x| = |y|\}$$

regulär ist.

**Aufgabe 3** (20 Punkte)**.** Sei $\Sigma$ ein endliches Alphabet. Für $R \subseteq \Sigma \times \Sigma$ sei

$$H_R = \{a_1 a_2 \dots a_k \mid k \geq 2, (a_i, a_{i+1}) \in R, 1 \leq i < k\}.$$

Zeigen Sie, dass $H_R$ regulär ist.

**Aufgabe 4** (20 Punkte)**.** Seien $L_1$ und $L_2$ zwei reguläre Sprachen.

1. Zeigen Sie, dass $L_1 \cap L_2$ regulär ist.
2. Zeigen Sie, dass $\Sigma^* \setminus L$ regulär ist.

## Bonusaufgaben

Die Punkte aus den Bonusaufgaben sind Zusatzpunkte. Diese Aufgaben erhöhen nicht die Gesamtzahl der Punkte und beeinflussen damit nicht die 50%-Hürde.

**Aufgabe 5** (20 Bonusunkte)**.** Sei $L$ eine reguläre Sprache. Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L' = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* : 2|x| = |y| \wedge xyx \in L\}$$

regulär ist.

**Aufgabe 6** (* 40 Bonuspunkte)**.** Seien $L$ eine reguläre Sprache und $k \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L_k = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^*, \exists n \in \mathbb{N}_0 : xy \in L \wedge |xy| = nk\}$$

regulär ist.

**BITTE WENDEN!**

**Aufgabe 7** (* 40 Bonuspunkte)**.** Sei $L$ eine reguläre Sprachen. Zeigen Sie, dass die Sprache

$$\sqrt{L} = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* : xy \in L \wedge |x|^2 = |y|\}$$

regulär ist.

Hinweis: Verwenden Sie eine ähnliche Technik, wie zur Lösung von Aufgabe 7 Blatt 8. Verwenden Sie dazu die binomische Formel, um $n^2$ durch $(n-1)^2$ auszudrücken.

$\square$