Prof. Dr. Norbert Blum
Maria Nikolaidou
Claus Rick

Institut für Informatik, Abt. IV

Vorlesung Informatik III
WS 1998/99
2. Übung

27. 10. 1998

Aufgabe 1:

Gegeben sei eine 1-Band Turingmaschine mit der folgenden Übergangsfunktion.

δ	0	1	$\square$	\$
z_0	$(z_0, 0, 1)$	$(z_0, 1, 1)$	$(z_1, \square, -1)$	$--$
z_1	$(z_1, 1, -1)$	$(z_2, 0, -1)$	$--$	$(z_f, \$, 0)$
z_2	$(z_2, 0, -1)$	$(z_2, 1, -1)$	$--$	$(z_e, \$, 1)$
z_e	$--$	$--$	$--$	$--$
z_f	$--$	$--$	$--$	$--$

Geben Sie eine Konfigurationsfolge der Turingmaschine bei Eingabe 1000 an. Welche Funktion berechnet die Turingmaschine? Wie sind die Endzustände z_e und z_f zu interpretieren? **(2P)**

Aufgabe 2:

Zeigen Sie, daß die Nachfolgerfunktion, die konstanten Funktionen und die Projektionen durch reguläre 1-Band-Turingmaschinen berechnet werden können. **(3P)**

Aufgabe 3:

a) Konstruieren Sie reguläre Turingmaschinen, die die folgenden grundlegenden Operationen realisieren:

- kopiere Inhalt von Band i auf Band j
- lösche Band i
- hänge den Inhalt von Band i an den Inhalt von Band j

Hinweis: Sie können obige Konstruktion zunächst für 1-Band bzw. 2-Band-Maschinen durchführen und sich dann eine Erweiterung auf k-Band-Maschinen überlegen. Benennen Sie die Maschinen geeignet. **(3P)**

b) Führen Sie nun explizit die Konstruktion zur Realisierung der Substitution durch. Wie werden Turingmaschinen zusammengeschaltet? **(3P)**

Aufgabe 4:

Eine Turingmaschine M kann nicht nur zur Berechnung von Funktionen, sondern auch zur Erkennung von Sprachen (d.h. von Mengen $L \subseteq \{0,1\}^*$) benutzt werden. Die von M akzeptierte Sprache – bezeichnet $L(M)$ – ist die Menge der Wörter aus $\{0,1\}^*$, die M veranlassen, in eine Endkonfiguration überzugehen. Der Inhalt der Bänder am Ende einer solchen Berechnung ist uninteressant. Auf Wörtern $w \in L(M)$ hält M also insbesondere immer an. Für Wörter, die nicht erkannt werden, ist es möglich, daß M nie anhält. Sei $L = \{w \mid w \in \{0,1\}^* \text{ und } w = w_1 w_2 \cdots w_n = w_n \cdots w_2 w_1\}$ die Menge aller Palindrome über dem Alphabet $\{0,1\}$.

a) Konstruieren Sie eine 2-Band-Turingmaschine M, für die $L(M) = L$ gilt. **(1P)**

b) Konstruieren Sie eine 1-Band-Turingmaschine, die L akzeptiert. **(2P)**

c) Analysieren Sie die Laufzeit (d.h. die Anzahl der Einzelschritte) der in a) und b) konstruierten Turingmaschinen in Abhängigkeit von der Länge der Eingabe. **(2P)**

Aufgabe 5:

Turingmaschinen können sich auch wie fleissige Biber verhalten. Betrachten Sie 1-Band-Turingmaschinen mit beidseitig unendlichem Band, das zu Beginn auf allen Bandquadraten $\square$ enthält. Das Bandalphabet sei lediglich $\Sigma = \{\square, 1\}$. Aufgabe einer solchen Turingmaschine soll es nun sein, möglichst viele Einsen auf das Band zu schreiben, bevor sie schließlich anhält (d.h., in den einzigen Endzustand, welcher bei der Anzahl der Zustände nicht mitgezählt wird, übergeht). Für eine Turingmaschine T sei $e(T)$ eben diese Anzahl von Einsen ($e(T) = 0$, falls T nicht anhält). Wieviele Einsen kann nun eine Turingmaschine mit n Zuständen maximal generieren? Die sog. Busy-Beaver-Funktion ist definiert als $bb(0) = 0,\ bb(n) = \max\{e(T) \mid T \text{ hat genau } n \text{ Zustände }\}, n > 0$.

a) Konstruieren Sie eine Turingmaschine mit zwei Zuständen, die 4 Einsen erzeugt. **(1P)**

b) Konstruieren Sie eine Turingmaschine mit fünf Zuständen, die möglichst viele Einsen (mindestens 14) generiert, und dokumentieren Sie einen entsprechenden Lauf (z.B. durch Angabe der Konfigurationsfolge). **(3P)**