Prof. Dr. Norbert Blum
Maria Nikolaidou
Claus Rick

Institut für Informatik, Abt. IV

Vorlesung Informatik III
WS 1998/99
3. Übung

3. 11. 1998

Aufgabe 1:

a) Sei $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ eine 2-Band-Turingmaschine. Konstruieren Sie eine 1-Band-Turingmaschine, die M simuliert. **(5P)**

b) Diskutieren Sie die Laufzeit der 1-Band- Turingmaschine im Vergleich zur 2-Band-Turingmaschine. **(1P)**

Aufgabe 2:

Gegeben sei eine 1-Band-Turingmaschine M mit beidseitig unendlichem Band. Konstruieren Sie eine 1-Band-Turingmaschine M' mit einseitig unendlichem Band, die M simuliert und dabei nicht wesentlich langsamer als M ist. **(4P)**

Aufgabe 3:

a) Um die Konfiguration einer 1-Band-Turingmaschine $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ als natürliche Zahl zu kodieren, wurde die Funktion ψ wie folgt definiert.

$$\begin{aligned} \psi(\epsilon) &= 0 & \\ \psi(a_i) &= i & a_i \in Q \cup \Sigma \\ \psi(v_1 v_2 \ldots v_s) &= \textstyle\sum_{j=1}^{s} \psi(v_j)(p+1)^{(s-j)} & v_j \in Q \cup \Sigma \end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß ψ injektiv ist (es sei o.B.d.A. $\psi(0) = 1$ und $\psi(1) = 2$). **(2P)**

b) Zeigen Sie, daß die Dekodierungsfunktion

$$H(x) = \sum_{i=1}^{L(x)} ((x \bmod (p+1)^i)/(p+1)^{i-1}) - 1) \cdot 2^{i-1}$$

korrekt ist, d.h., daß $H(\psi(bin(y))) = y$ gilt (es ist $L(\psi(b)) = |b|$). **(2P)**

Aufgabe 4:

Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

a) Das Komplement einer rekursiven Sprache ist rekursiv. **(1P)**

b) Die Vereinigung zweier rekursiver Sprachen ist rekursiv. **(1P)**

c) Die Vereinigung zweier rekursiv aufzählbarer Sprachen ist rekursiv aufzählbar. **(1P)**

d) Für eine rekursiv aufzählbare Sprache L gilt: L ist rekursiv $\iff$ $\bar{L}$ ist rekursiv aufzählbar. **(2P)**

e) Geben Sie ein Beispiel für eine Sprache, die rekursiv aufzählbar, aber nicht rekursiv ist. **(1P)**