Prof. Dr. Norbert Blum
Maria Nikolaidou
Claus Rick

Institut für Informatik, Abt. IV

Vorlesung Informatik III
WS 1998/99
7. Übung

1. 12. 1998

Aufgabe 1:

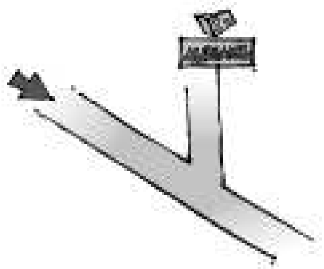
a) Implementieren Sie mit Hilfe eines Feldes $A[1, \ldots, n]$ zwei Keller, so daß ein Kellerüberlauf erst dann auftritt, wenn die Gesamtzahl der Elemente in beiden Kellern n übersteigt. Die PUSH- und POP-Operationen sollen in Zeit $\mathcal{O}(1)$ laufen. **(1P)**

b) Geben Sie eine Implementierung einer Schlange mit Hilfe zweier Keller an, und analysieren Sie die Laufzeit der Schlangenoperationen. **(2P)**

c) Wie kann ein Keller durch eine einfach verkettete Liste realisiert werden, so daß die Operationen PUSH und POP Zeit $\mathcal{O}(1)$ benötigen. **(1P)**

Aufgabe 2:

Prof. Grips will die Durchsetzungsfähigkeit einzelner Mäuse einer Mäusekolonie feststellen. Dazu hat er folgende Versuchsanordnung entworfen: Ausgehend von einem unterirdischen Gang gräbt er in einem spitzen Winkel einen Ausgang zur Oberfläche, an dessen Ende er ein Stück duftenden Käse deponiert.



Die Mäuse der Kolonie kommen direkt hintereinander von links in den unterirdischen Gang und wollen durch den Abzweig zum Käse. Da der Gang zum Käse in einem spitzen Winkel abzweigt, muß jede Maus erst über den Abzweig hinaus in den Gang hineinlaufen. Dann dreht sie sich um und hat möglicherweise ein Problem: Sie stößt auf die nachfolgende Maus, die ebenfalls in den rechten Abschnitt möchte. Präziser gelten die folgenden Regeln für das Erreichen des Käses:

- Jede Maus muß zuerst an der Abzweigung vorbei.
- Wenn sie im rechten Teil nach der Abzweigung ist, kann sie entweder den Zweikampf gegen die nachfolgende Maus gewinnen und so in die Abzweigung gelangen oder sie wird weiter in den unterirdischen Gang geschoben. Die nachfolgende Maus wird dann in einen Zweikampf mit der ihr nachfolgenden Maus verwickelt.
- Prof. Grips numeriert die Mäuse in der Reihenfolge, in der sie in den Gang hineinlaufen, mit $1, 2, 3, \ldots$ und beobachtet, in welcher Reihenfolge sie beim Käse ankommen.

Diskutieren Sie die folgenden Fragestellungen.

a) Wie kann man aus der beobachteten Reihenfolge auf die Anzahl der verlorenen Zweikämpfe jeder Maus schließen? **(1P)**

b) Wie kann man nicht realisierbare Austrittsreihenfolgen erkennen? **(1P)**

c) Welche Erkenntnisse ergeben sich für die Reihenfolgen (7, 6, 5, 4, 3, 2, 8, 9, 1), (1, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 8, 5, 2), (4, 5, 3, 1, 2, 6)? **(1P)**

Aufgabe 3:

a) Zeigen Sie daß

$$\sum_{i=0}^{k} i2^i = (k-1)2^{k+1} + 2, \quad k \geq 1 \quad .$$

(2P)

b) Geben Sie einen Algorithmus an, der ein Element a so in einen Suchbaum mit knotenorientierter Speicherung einfügt, daß dieser anschließend noch immer ein Suchbaum ist. **(1P)**

c) Geben Sie einen Algorithmus an, der ein Element a aus einem Suchbaum T streicht, falls a in T ist. **(1P)**

d) Sei $k \geq 2$ eine natürliche Zahl. Verallgemeinern Sie die Definition von Suchbaum auf beliebige Bäume, deren Knoten Grad $\leq k$ haben. Geben Sie auch für diese Bäume Algorithmen für Zugriff, Einfügen und Streichen an. **(4P)**

Aufgabe 4:

Geben Sie den AVL-Baum an, der durch Einfügen der Schlüssel 10, 15, 11, 4, 8, 7, 3, 2, 13 in den anfangs leeren Baum entsteht. Dokumentieren Sie auch die Zwischenergebnisse und die durchgeführten Umstrukturierungen. **(3P)**

Aufgabe 5:

Ein Baum T heißt HB-Baum, wenn er folgende Eigenschaften besitzt:

- Jeder innere Knoten von T hat einen oder zwei Söhne
- Jeder Knoten mit nur einem Sohn hat einen Bruder mit zwei Söhnen.
- Alle Blätter von T haben dieselbe Tiefe.

Zeigen Sie, daß ein HB-Baum der Höhe h mit n Blättern stets

$$F_{h+2} \leq n \leq 2^h$$

erfüllt. Dabei bezeichnet F_m die Fibonacci-Folge. **(2P)**