Prof. Dr. Norbert Blum
Maria Nikolaidou
Claus Rick

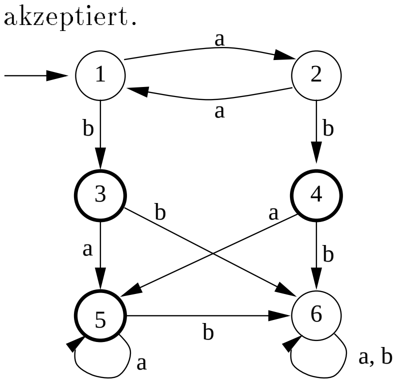
Institut für Informatik, Abt. IV

Vorlesung Informatik IV
SS 1999
2. Übung

20. April 1999

Aufgabe 1:

Betrachten Sie den in der Abbildung gegebenen DEA M, der die Sprache durch $\mathbf{a}^*\mathbf{ba}^*$ gegebene Sprache L akzeptiert.



a) Wieviele Äquivalenzklassen hat die durch R_M definierte Äquivalenzrelation? Spezifizieren Sie die in den einzelnen Äquivalenzklassen enthaltenen Strings mit Hilfe von regulären Ausdrücken. Da L die Vereinigung einiger dieser Äquivalenzklassen ist, sollten Sie den entsprechenden regulären Ausdruck durch Anwendung einiger Rechenregeln für reguläre Ausdrücke wieder zu $\mathbf{a}^*\mathbf{ba}^*$ umformen können. **(2P)**

b) Verifizieren Sie, daß die durch R_L definierte Äquivalenzrelation drei Äquivalenzklassen hat, die durch die regulären Ausdrücke $\mathbf{a}^*$, $\mathbf{a}^*\mathbf{ba}^*$ und $\mathbf{a}^*\mathbf{ba}^*\mathbf{b}(\mathbf{a}|\mathbf{b})^*$ beschrieben werden können. Welche Äquivalenzklassen von R_M sind in welchen Äquivalenzklassen von R_L enthalten? Beweisen Sie Ihre Antworten, indem Sie zeigen, daß sich die entsprechenden regulären Ausdrücke ineinander überführen lassen. **(2P)**

c) Wie konstruieren Sie mit Hilfe der Äquivalenzklassen von R_L den minimalen DEA, der L erkennt? Geben Sie diesen DEA als Zustandsdiagramm an. **(1P)**

Aufgabe 2:

Entwickeln Sie einen Algorithmus, der aus einem beliebigen DEA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ alle unerreichbaren Zustände in Zeit $\mathcal{O}(|\Sigma| \cdot |Q|)$ entfernt. **(2P)**

Aufgabe 3:

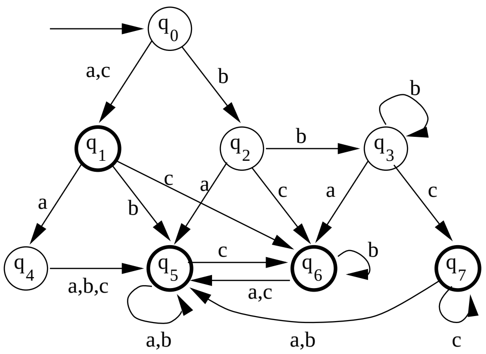
Der Satz (bzw. der Beweis des Satzes) von Myhill-Nerode ist nicht nur für die Minimierung endlicher Automaten nützlich. Auch die folgenden Nachweise können damit erbracht werden.

a) Zeigen Sie, daß die durch $(\mathbf{a}|\mathbf{b})^*\mathbf{a}(\mathbf{a}|\mathbf{b})^{\mathbf{n-1}}$ definierte reguläre Sprache von keinem DEA mit weniger als 2^n Zuständen erkannt werden kann. Wieviele Zustände reichen für einen NEA? **(2P)**

b) Zeigen Sie, daß die Sprache $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ nicht regulär ist. **(2P)**

Aufgabe 4:

a) Minimieren Sie mit Hilfe des Algorithmus $DEA \rightsquigarrow DEA_{min}$ den folgenden endlichen Automaten. Dokumentieren Sie dabei insbesondere die Arbeitsweise des Algorithmus in geeigneter Form. **(2P)**



b) Zeigen Sie, daß der Algorithmus $DEA \rightsquigarrow DEA_{min}$ so implementiert werden kann, daß er eine Laufzeit $\mathcal{O}(|\Sigma| \cdot |Q|^2)$ hat. **(2P)**

Aufgabe 5:

Beweisen Sie formal die Korrektheit des Algorithmus $DEA \rightsquigarrow DEA_{min}$, indem Sie

a) zeigen, daß M' die gleiche Sprache L wie M akzeptiert (d.h., daß $L(M') = L(M)$ gilt) und **(2P)**

b) zeigen, daß M' tatsächlich der *minimale* Automat zur Erkennung von $L(M)$ ist. Dazu müssen Sie nachweisen, daß es eine Bijektion zwischen den Äquivalenzklassen der Relation $\equiv$ und der Relation R_L gibt und daß der Algorithmus tatsächlich die Äquivalenzklassen der Relation $\equiv$ berechnet. **(3P)**