Prof. Dr. Norbert Blum
Maria Nikolaidou
Claus Rick

Institut für Informatik, Abt. IV

Vorlesung Informatik IV
SS 1999
4. Übung

4. Mai 1999

Aufgabe 1:

Spezifizieren Sie formal (mit Erläuterungen) einen Kellerautomaten, der die Sprache $L = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$ akzeptiert. Können Sie auch einen deterministischen Kellerautomaten finden, der L akzeptiert? **(2P)**

Aufgabe 2:

Gegeben sei die durch folgende Produktionen definierte kontextfreie Grammatik G: $S \to aAB$, $A \to aBBC$, $A \to a$, $B \to bCC$, $B \to b$, $C \to c$.

a) Spezifizieren Sie den zugehörigen nichtdeterministischen Kellerautomaten M_G, der eine Linksableitung in G simuliert. **(1P)**

b) Geben Sie eine Konfigurationenfolge von M_G an, die zur Akzeptanz des Wortes **aabcc** führt. An welchen Stellen war eine nicht nichtdeterministische Entscheidung nötig? **(1P)**

c) Simulieren Sie von Hand die Analyse des Wortes **aabcc** durch den Algorithmus ALLK-FA. Dokumentieren Sie dabei die Entwicklung des Graphen, der die zu jedem Zeitpunkt der Analyse möglichen Kellerinhalte repräsentiert. **(2P)**

Aufgabe 3:

Zur Durchführung des Algorithmus ALLKFA setzen wir eine Grammatik mit sehr starken Normalformeigenschaften voraus. Eine deterministische Simulation des Kellerautomaten M_G könnte - auch wenn sie evtl. viel Zeit und Platz kostet - durch einen Backtracking-Algorithmus erreicht werden. Betrachten Sie den Kellerautomaten M_G zur kontextfreien Grammatik G, die u.a. die Produktionen $S \to S\alpha$ und $S \to \beta$ enthält.

Welches Problem könnte bei der Simulation mittels eines Backtracking-Algorithmus auftreten? Können Sie die Grammatik so umformen, daß dieses Problem in jedem Fall vermieden und weiterhin die gleiche Sprache generiert wird? Wie stark ändert sich die Größe der Grammatik? **(2P)**

Aufgabe 4:

Die von einem Kellerautomaten $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ erkannte Sprache, kann man auch als diejenige Menge von Wörtern definieren, die den Automaten veranlassen seinen Keller zu leeren:

$$N(M) := \{w \in \Sigma^* \mid (q_0, w, Z_0) \overset{*}{\vdash} (p, \varepsilon, \varepsilon) \text{ für ein } p \in Q\} \quad .$$

Die Endzustandsmenge spielt hierbei keine Rolle und kann als leer angenommen werden.

a) Sei M ein Kellerautomat mit $Q = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, \#\}$, $Z_0 = \#$, $F = \emptyset$ und δ wie folgt: $\delta(q_0, a, \#) = \{(q_0, a\#), (q_0, aa\#)\}$, $\delta(q_0, a, a) = \{(q_0, aaa), (q_0, aa)\}$, $\delta(q_0, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}$, $\delta(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}$, $\delta(q_1, \varepsilon, \#) = \{(q_1, \varepsilon)\}$.

Geben Sie die (möglichst akzeptierenden) Konfigurationsfolgen beim Abarbeiten der Wörter **aabb**, **aabbb**, **abbb** und **abaa** an. Bestimmen Sie $N(M)$. **(2P)**

b) Zeigen Sie, daß eine Sprache genau dann von einem Kellerautomaten durch Endzustand akzeptiert wird, wenn sie von einem Kellerautomaten durch leeren Keller akzeptiert wird (Tip: wechselseitige Simulation). **(4P)**

c) Spezifizieren Sie einen Kellerautomaten, der die Sprache $N(M)$ aus a) durch Endzustand erkennt (bitte mit Erläuterung). **(2P)**

Aufgabe 5:

a) Zeigen Sie, daß es zu jedem Kellerautomaten M einen äquivalenten Kellerautomaten M' gibt, für dessen Übergangsfunktion δ'

$$|\delta'(q, a, Z)| \leq 1 \text{ für alle } a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}, q \in Q, Z \in \Gamma$$

gilt. **(1P)**

b) Zeigen Sie, daß es zu jedem deterministischen Kellerautomaten M einen äquivalenten deterministischen Kellerautomaten M' gibt, der in einem Schritt höchstens zwei Symbole auf dem Keller ablegt, d.h. für dessen Übergangsfunktion δ'

$$\delta'(q, a, X) = (p, \gamma) \text{ und } |\gamma| \leq 2$$

gilt. **(1P)**

c) Zeigen Sie, daß es zu jedem deterministischen Kellerautomaten M einen äquivalenten deterministischen Kellerautomaten M' gibt, dessen Übergangsfunktion die folgende Normalform hat:

(a) $\delta'(q, a, X) = (p, \varepsilon)$ (eine pop-Operation),

(b) $\delta'(q, a, X) = (p, X)$ (eine Identitätsoperation),

(c) $\delta'(q, a, X) = (p, YX)$ (eine push-Operation).

(Sie können für M eine Übergangsfunktion gemäß b) annehmen.) **(2P)**