Prof. Dr. Norbert Blum
Maria Nikolaidou
Claus Rick

Institut für Informatik, Abt. IV

Vorlesung Informatik IV
SS 1999
5. Übung

11. Mai 1999

Aufgabe 1:

Gegeben sei die durch folgende Produktionen definierte kontextfreie Grammatik G: $S \to bA \mid aB$, $A \to bAA \mid bCC \mid aS \mid a$, $B \to aBB \mid bS \mid b$. Wandeln Sie diese Grammatik in Chomsky Normalform um. **(2P)**

Aufgabe 2:

Nehmen Sie an, daß G eine kontextfreie Grammatik ist und w aus $L(G)$ die Länge n habe. Wie lang ist eine Ableitung von w in G, wenn

a) G in Chomsky Normalform ist, **(1P)**

b) G in Greibach Normalform ist. **(1P)**

Aufgabe 3:

Der Algorithmus ALLKFA überprüft für eine gegebene Grammatik G in Greibach Normalform und eine Zeichenkette $x \in \Sigma^*$ ob $x \in L(G)$ ist. Sei nun x gegeben und G in Chomsky Normalform.

a) Definieren Sie V_{ij} als die Menge der Nichtterminale A mit $A \stackrel{*}{\Longrightarrow} x_{ij}$, wobei x_{ij} Teilstring von x der Länge j beginnend an der Position i ist. Wie sieht das Entscheidungskriterium für $x \in L(G)$ aus?
Folgende Rekursionsgleichung berechnet die Mengen V_{ij}.

$$V_{ij} = \begin{cases} \{A \mid A \longrightarrow a \text{ ist eine Produktion und das i.Symbol von } x \text{ ist } a\} & j = 1 \\ \bigcup\limits_{1 \le k \le j-1} \{A \mid A \longrightarrow BC \text{ ist eine Produktion, B ist in } V_{ik} \text{ und C ist in } V_{i+k,j-k}\} & j \ge 2 \end{cases}$$

Zeigen Sie die Korrektheit des Verfahrens. **(2P)**

b) Wie wählen Sie die Abarbeitungsreihenfolge für die Berechnung der V_{ij}? (Ohne Rekursion!) Welches algorithmische Paradigma kommt hier zur Anwendung? Formulieren Sie einen Algorithmus in Pseudocode. Analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus. **(3P)**

c) Erweitern Sie das Verfahren derart, daß Sie auch eine Ableitung für $x \in L(G)$ angeben können. **(2P)**

d) Gegeben sei die folgende Grammatik in Chomsky Normalform: $S \to AB \mid BC$, $A \to BA \mid a$, $B \to CC \mid b$, $C \to AB \mid a$. Überprüfen Sie, ob $baaba \in L(G)$ ist. Geben Sie dabei die Tabelle der V_{ij} an. **(2P)**

Aufgabe 4:

Gegeben sei die durch folgende Produktionen definierte kontextfreie Grammatik G: $S \to AB$, $A \to CD \mid CF$, $C \to a$, $D \to b$, $E \to c$, $F \to AD$, $B \to c \mid EB \mid b$. Wandeln Sie die Grammatik in Greibach Normalform um. Geben Sie ebenfalls die Grammatiken G_B für alle $B \in N \setminus \{S\}$ an. **(3P)**

Aufgabe 5:

Gegeben sei eine kontextfreie Grammatik G und folgende Konstruktion zur Elimination von ε-Regeln: $W_1 = \{A \longrightarrow \varepsilon \in P\}$, $W_{k+1} = W_k \cup \{A \longrightarrow \alpha \in P \text{ für ein} \alpha \in W_k^*\}$

a) Zeigen Sie, daß die Konstruktion die Größe der Grammatik exponentiell vergrößern kann. **(2P)**

b) Zeigen Sie, daß man zu jeder kontextfreien Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik $G' = (V', \Sigma, P', S')$ konstruieren kann, die keine ε-Regeln enthält und deren Größe sich höchstens um einen konstanten Faktor von der Größe von G unterscheidet. (Hinweis: Verkürzen Sie zunächst die Längen der rechten Seiten der Produktionen in P und wenden Sie dann auf die resultierende Grammatik obige Konstruktion an.) **(2P)**