Nachklausur

BA-INF 011 – Logik und Diskrete Strukturen

Wintersemester 2010/2011

16. März 2011

Gesamt: 100 Punkte – *Bestanden:* 40 Punkte

1 Mengen und Relationen (20 Punkte)

1. (6 Punkte) Gegeben Sei eine nichtleere Menge A. Geben Sie jeweils eine Relation auf A an, die
   (a) (2 Punkte) reflexiv und transitiv, aber nicht symmetrisch,
   (b) (2 Punkte) reflexiv und symmetrisch, aber nicht transitiv, und
   (c) (2 Punkte) symmetrisch und transitiv, aber nicht reflexiv ist.
2. (4 Punkte) Beweisen Sie die DeMorgan'schen Regeln für Mengen.
3. (10 Punkte) Zeigen Sie, dass jede endliche partielle Ordnung mindestens ein minimales Element besitzt.

2 Aussagenlogik (20 Punkte)

1. (5 Punkte) Geben Sie den Resolutionssatz an.
2. (10 Punkte) Geben Sie den Resolutionsalgorithmus an.
3. (5 Punkte) Betrachte $\mathcal{K} := \{\{x, y\}, \{x, \neg y\}, \{\neg x, y\}, \{\neg x, \neg y\}\}$. Zeigen Sie mittels Resolution, dass $\mathcal{K}$ nicht erfüllbar ist.

3 Beweistechniken (5 Punkte)

Seien $n > 2$, $S \subset \mathbb{N}$ mit $|S| = n$ und $0 < k < n$ gegeben. Zeigen Sie, dass es zwei Zahlen $x, y \in S$ gibt, so dass $x - y$ durch k teilbar ist.

Bitte zweite Seite beachten!

4 Theoretische Berechenbarkeit (40 Punkte)

1. (10 Punkte) Zeigen Sie, dass folgende Funktionen primitiv rekursiv sind. Sie dürfen davon ausgehen, dass schon gezeigt wurde, dass die Addition, modifizierte Differenz und Multiplikation primitiv rekursiv sind.
   (a) (5 Punkte) $f_1(x) := x!$
   (b) (5 Punkte) $f_2(x) := \max\{i \mid i! \leq x\}$
2. (10 Punkte) Konstruieren Sie eine Turingmaschine mit Bandalphabet $\Sigma = \{0, 1, \#, \$, \text{␣}\}$, die die Anwendung der primitiven Rekursion realisiert. Sie dürfen Pseudocode verwenden, um die Funktionsweise der Turingmaschine zu beschreiben.
3. (20 Punkte) Zeigen Sie, dass das eingeschränkte Halteproblem nicht entscheidbar ist.

5 Reguläre Sprachen (15 Punkte)

1. (5 Punkte) Gegeben Sei die reguläre Sprache L durch den regulären Ausdruck

$$\alpha = \mathrm{a}(\mathrm{b}|\mathrm{c})^*(\mathrm{b}|\epsilon)^*|\mathrm{c}$$

   über dem Alphabet $\Sigma = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}\}$. Konstruieren Sie einen nichtdeterministschen endlichen Automaten, der L akzeptiert.
2. (10 Punkte) Zeigen Sie, dass zu jeder regulären Sprache ein nichtdeterministischer endlicher Automat existiert, der die Sprache akzeptiert. Sie dürfen annehmen, dass es zu jeder regulären Sprache einen regulären Ausdruck gibt, der diese Sprache beschreibt.